



Olimpiada de Matematică - Etapa Locală  
Maramureș – 28 februarie 2016  
Clasa a VII - a

1. a) Să se arate că  $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$   
2. b) Să se demonstreze că:  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2016^2} < 1$ .

2. a) Determinați valorile întregi ale lui  $n$  pentru care  $\frac{n-3}{n-2} \in \mathbb{Z}$ .

b) Determinați numerele raționale  $x$  pentru care  $\frac{3x+1}{2x+1}$  și  $\frac{3x+2}{x+1}$  sunt simultan numere întregi.

(G.M. 11/2015)

3. a) Se dă un triunghi oarecare  $ABC$  și  $MN$  linie mijlocie ( $M \in AB, N \in AC$ ). Ducem perpendiculare din  $M$  și  $N$  pe latura  $BC$  care intersectează latura  $BC$  în punctele  $D$  respectiv  $E$ . Știind că  $MNED$  este un pătrat cu perimetrul  $8 \text{ cm}$  aflați cât la sută reprezintă aria pătratului  $MNED$  din aria triunghiului  $ABC$ ?

b) Fie dreptunghiul  $ABCD$  și punctele  $E \in (BC)$ ,  $F \in (DC)$  astfel încât  $m(\angle EAB) = 15^\circ$  și  $m(\angle DAF) = 30^\circ$ . Demonstrați că dacă  $[EA]$  este bisectoarea unghiului  $FEB$ , atunci  $ABCD$  este pătrat.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte  
Timp de lucru 3 ore

Problemele au fost propuse și selectate de:

Prof. Ienuș Vasile- Școala Gimnazială „G.Coșbuc” Baia Mare

Prof. Șerba Lucia- Școala Gimnazială „G. Coșbuc” Baia Mare

Prof. Zah Ștefan- Școala Gimnazială „N. Iorga” Baia Mare

BAREME – clasa a VII a

Subiectul 1.

a)  $n > n-1 \Leftrightarrow n^2 > n \cdot (n-1) \Leftrightarrow \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n \cdot (n-1)}$  .....2 puncte

b)  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2016^2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016}$  .....2 puncte

$S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} \Rightarrow S = 1 - \frac{1}{2016}$  .....2 puncte

Finalizare .....1 punct

Subiectul 2.

a)  $n-2 \mid n-3 \Rightarrow n-2 \mid 1, n-2 \in \{-1, 1\}$  .....2 puncte

$n \in \{1, 3\}$  .....1 punct

b)  $\frac{3x+1}{2x+1} = n, n \in \mathbb{Q} \Rightarrow x = \frac{n-1}{3-2n}$  .....1 punct

$\frac{3x+2}{x+1} = \frac{n-3}{n-2} \Rightarrow n \in \{1, 3\}$  .....1 punct

$x=0; x=-\frac{2}{3}$  .....1 punct

Verificare pentru  $x=0$ ; si  $x=-\frac{2}{3}$  .....1 punct

Subiectul 3.

a)  $P_{MNED} = 8cm \Rightarrow MN = 2cm \Rightarrow A_{MNED} = 4cm^2$  .....1 punct

$AA' \perp BC, A' \in (BC). AA' = 2 \cdot MD = 4cm, BC = 2 \cdot MN \Rightarrow A_{ABC} = 8cm^2$  .....1 punct

$\frac{P}{100} \cdot A_{ABC} = A_{MNED} \Rightarrow p = 50$  .....1 punct

b)  $m(\angle EAF) = 45^\circ, m(\angle AEB) = 75^\circ, m(\angle AFE) = 60^\circ$  .....1 punct

Construim  $AN \perp EF, N \in EF$  .....1 punct

$\triangle FAN \equiv \triangle FAD$  (I.U.) .....0,5 puncte

$\triangle NAE \equiv \triangle BAE$  (I.U.) .....0,5 puncte

$AD = AN = AB \Rightarrow ABCD$  pătrat .....1 punct